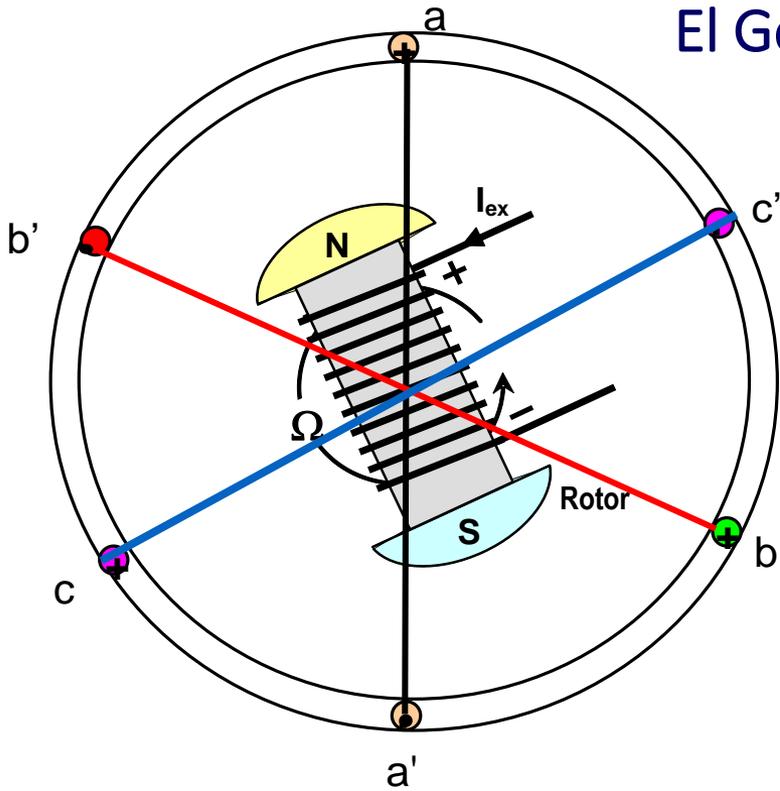


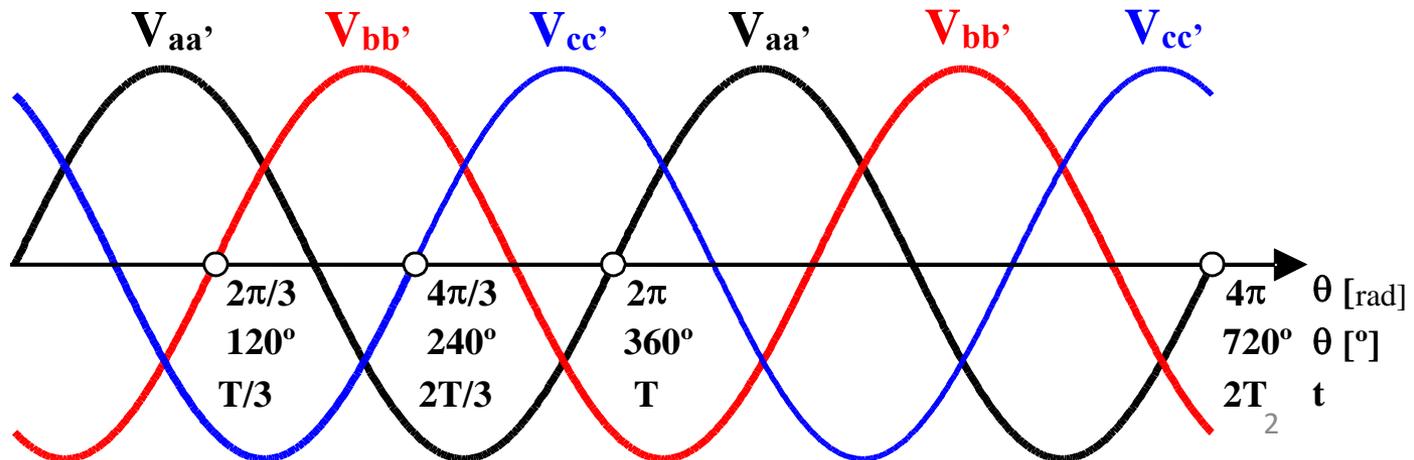
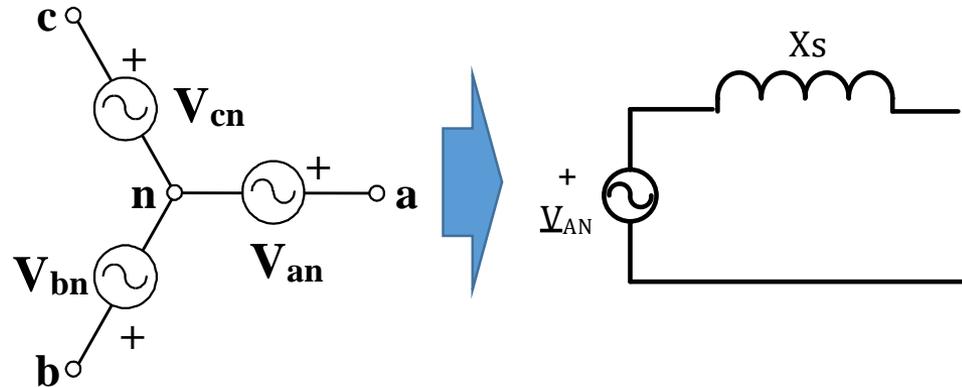
Introducción a los circuitos de CA:

**Variables. Ecuaciones básicas. Axiomas de
Kirchhoff. Ley de Ohm**

El Generador Síncrono

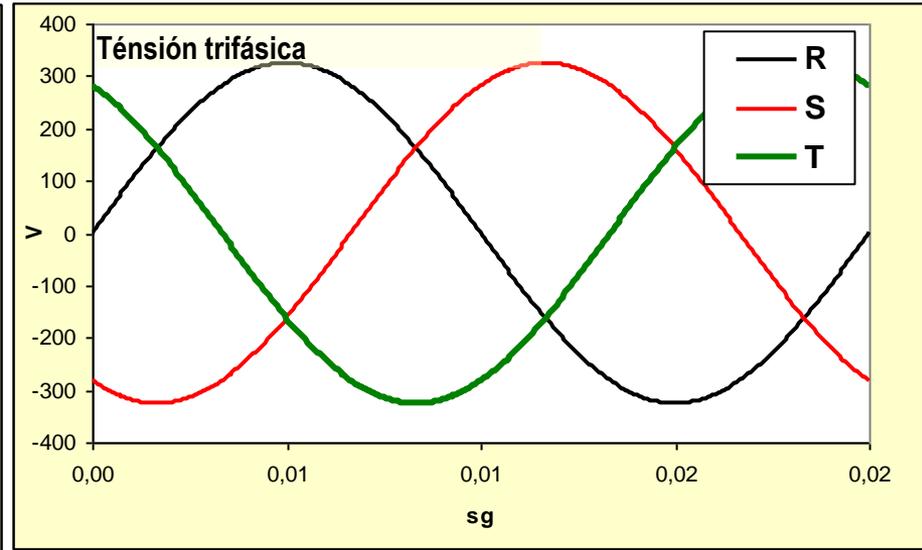
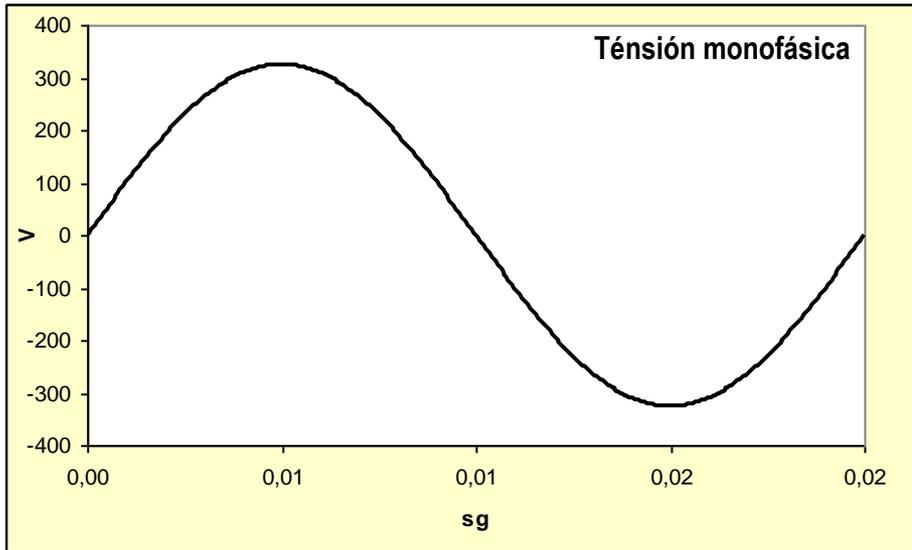


$$\Omega = \frac{2\pi \cdot f}{p}$$



Tensión en CA

Tensión industrial

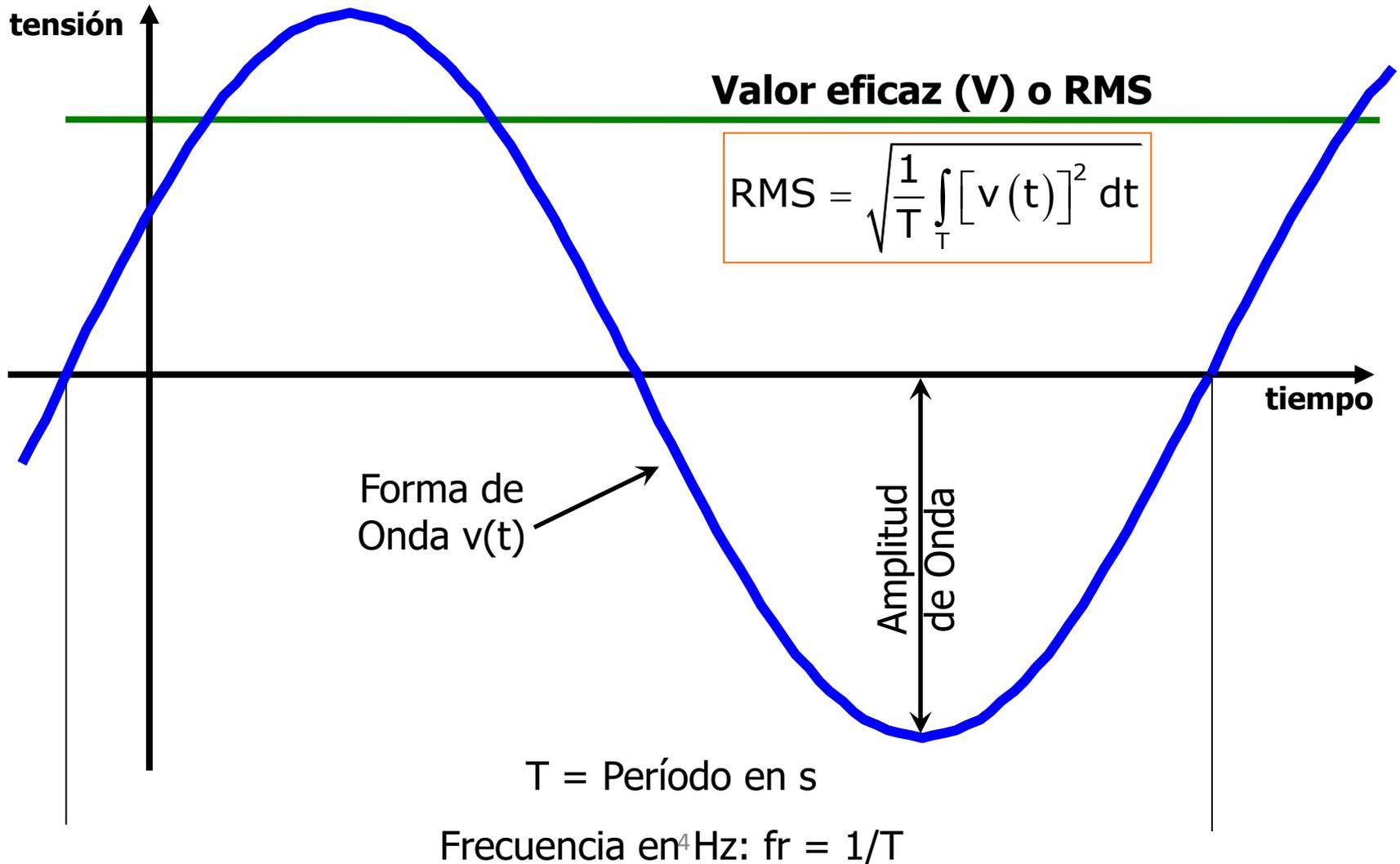


Características de la tensión industrial:

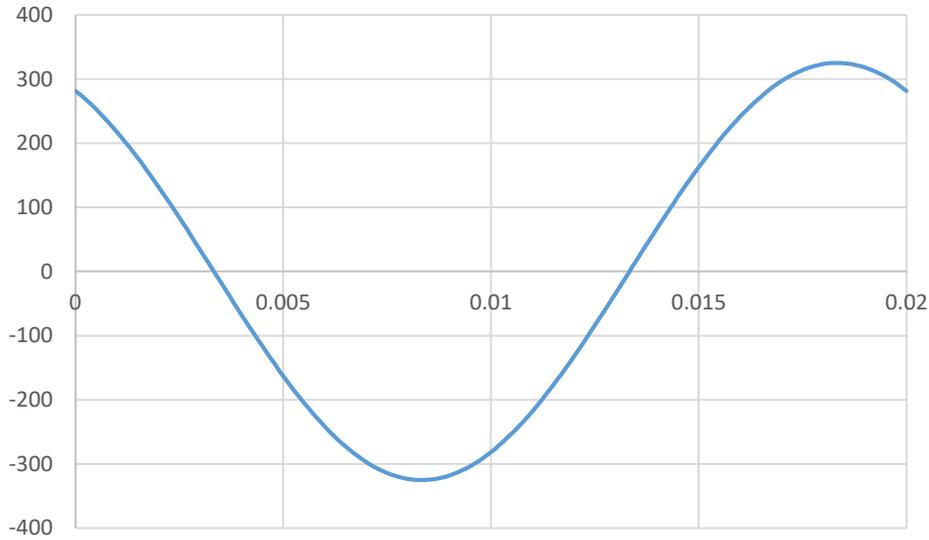
- Forma de onda: sinusoidal
- Frecuencia: 50 Hz
- Valor Eficaz: 230 V (monofásica) / 400 V (trifásica)
- Valor de pico: 325 V (monofásica) / 565 V (trifásica)

Tensión en CA

Valor eficaz

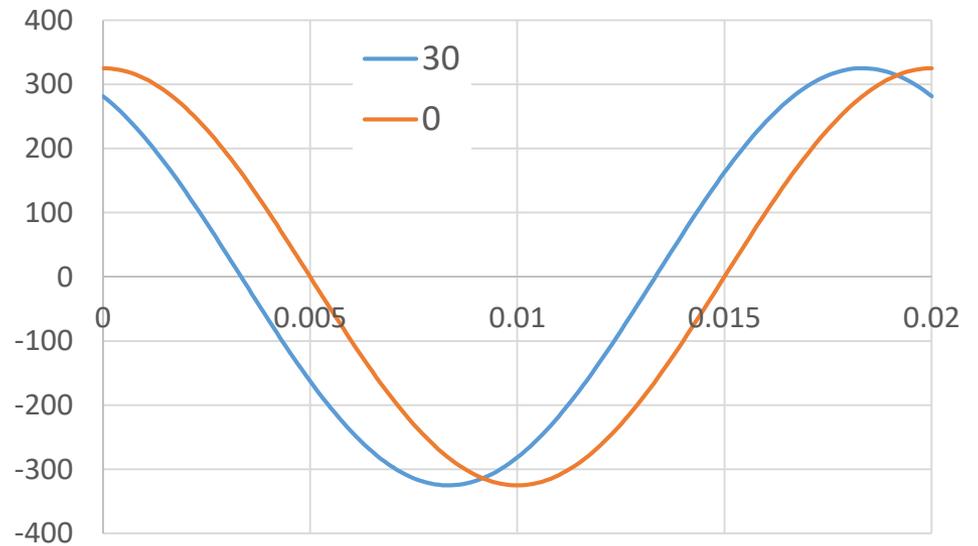
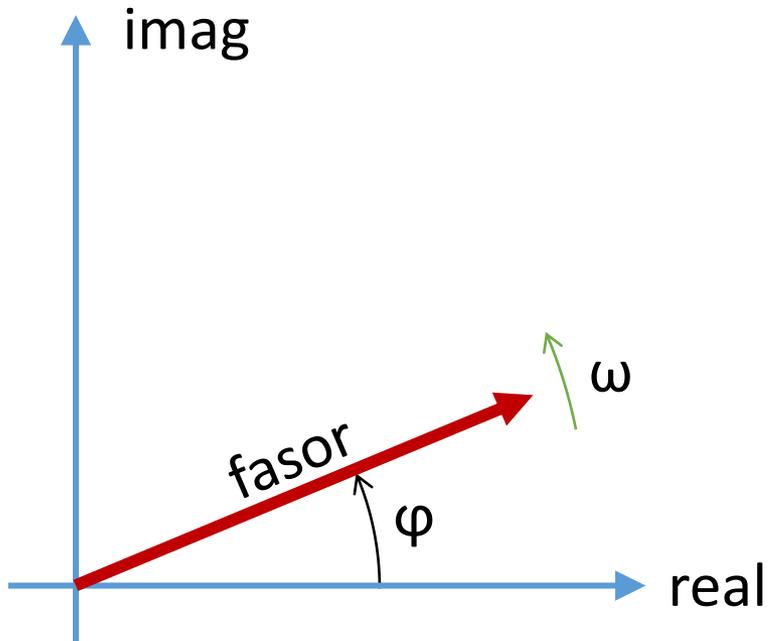


Fasores



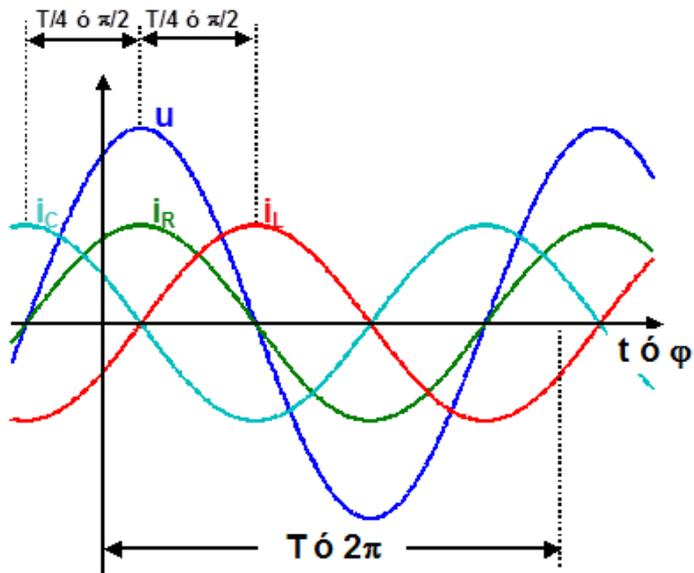
$$e(t) = \sqrt{2} 230 \cos(100\pi t + \pi/6) \text{ V}$$

$$\underline{E} = E \angle \varphi_E = 230 \angle \pi/6 \text{ V}$$



Fasores: Ley de Ohm en elementos R, L y C

Régimen temporal	Régimen estacionario senoidal
$u = Ri$	$\underline{U} = R\underline{I} \begin{cases} U = RI \\ \varphi_U = \varphi_I \end{cases} \quad \underline{Z}_R = R$
$u = L \frac{di}{dt}$	$\underline{U} = j\omega L \underline{I} \begin{cases} U = \omega LI \\ \varphi_U = \varphi_I + \pi/2 \end{cases} \quad \underline{Z}_L = j\omega L$
$u = \frac{1}{C} \int i d\tau$	$\underline{U} = \frac{1}{j\omega C} \underline{I} \begin{cases} U = I/\omega C \\ \varphi_U = \varphi_I - \pi/2 \end{cases} \quad \underline{Z}_C = 1/j\omega C$



Reactancia inductiva: $X=L \cdot \omega$

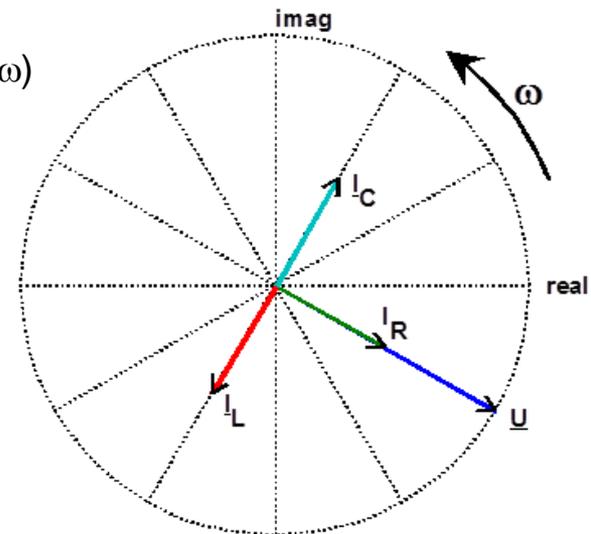
Reactancia capacitiva: $X=1/(C \cdot \omega)$

Impedancia: $\underline{Z}= R + X \cdot j$

Admitancia: $\underline{Y}=1/\underline{Z} = G + B \cdot j$

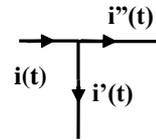
Conductancia: G

Susceptancia: B



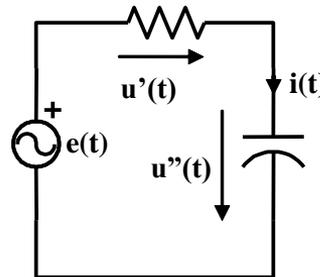
Axiomas de Kirchhoff.

La suma de las intensidades entrantes en un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen

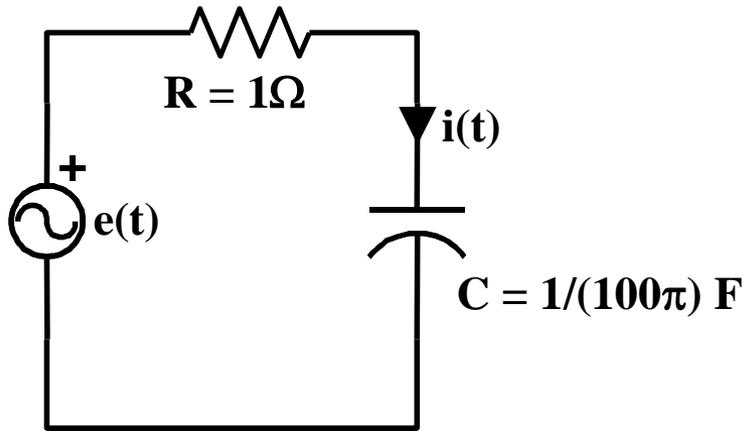


Considerada las referencias de las intensidades se consideran las tensiones referenciadas en el mismo sentido que las intensidad (ver U e I en los elementos R, L y C). Para las fuentes de tensión se suele conservar la referencia del valor de la fuente (E)

La suma de las tensiones con una misma referencia (sentido de giro en el lazo) en un lazo es igual de las tensiones que tienen la referencia contraria



Fasores. Ejemplo de circuito sencillo serie



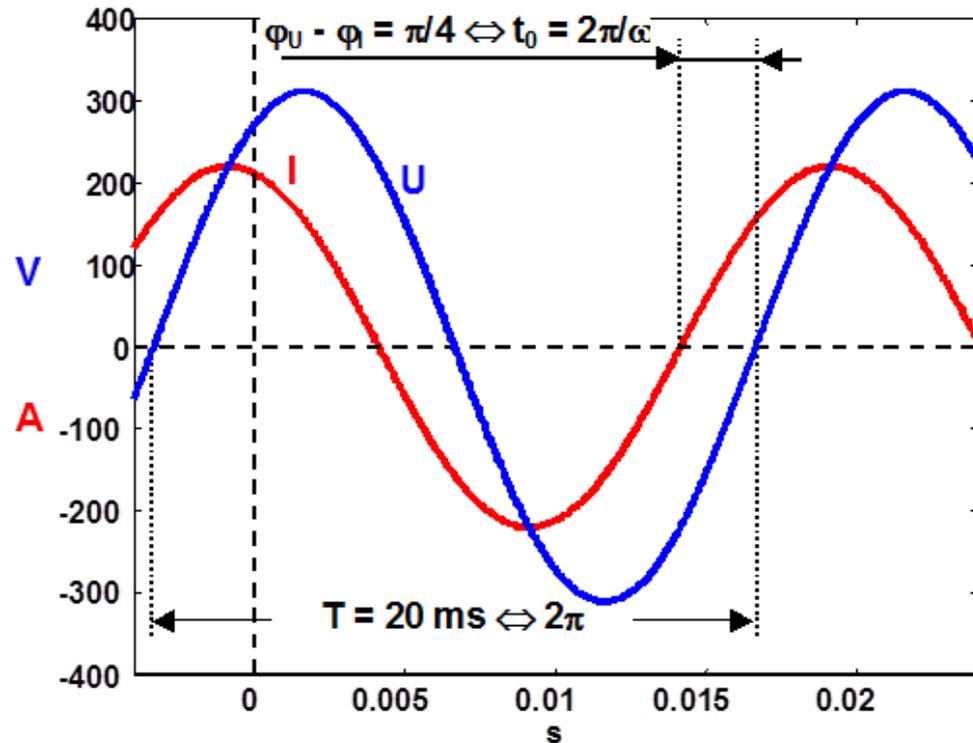
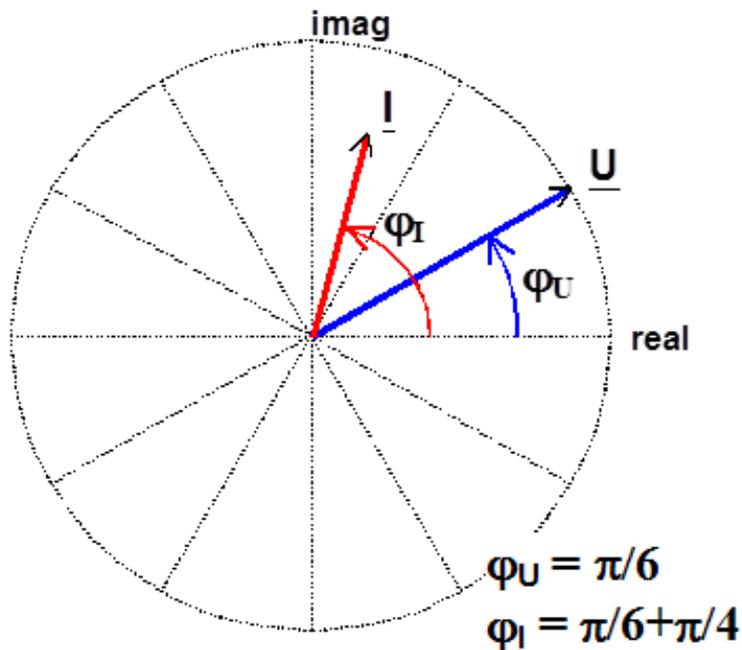
$$e(t) = \sqrt{2} 230 \cos(100\pi t + \pi/6) \text{ V}$$

$$\underline{E} = E \angle \varphi_E = 230 \angle \pi/6 \text{ V}$$



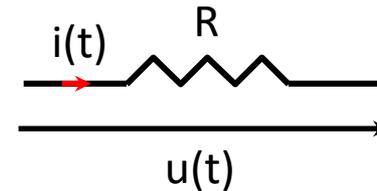
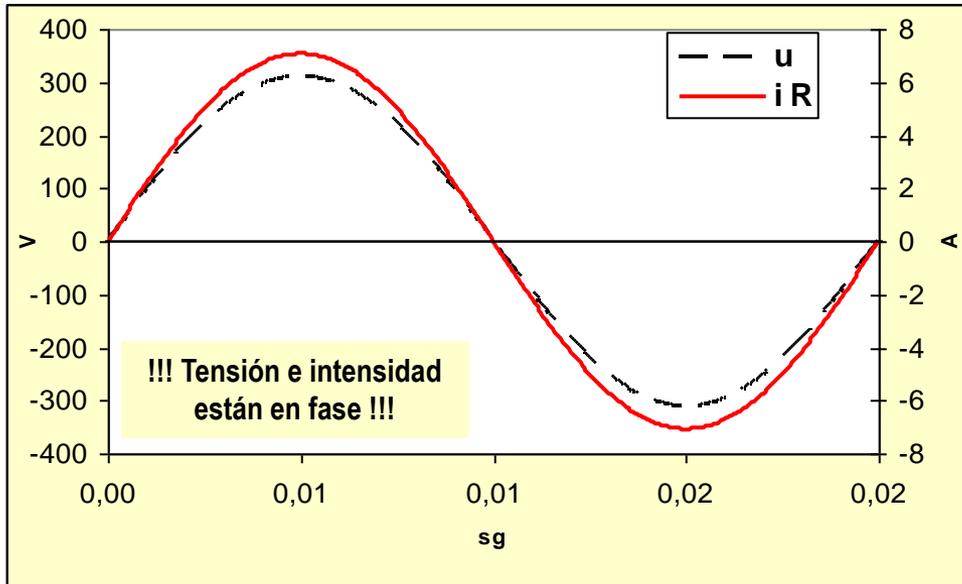
$$\underline{I} = I \angle \varphi_I = \frac{\underline{E}}{R + 1/j\omega C} = \frac{230 \angle \pi/6}{1 - j} = \frac{230}{\sqrt{2}} \angle \pi/6 + \pi/4 \text{ A}$$

$$i(t) = \sqrt{2} \frac{220}{\sqrt{2}} \cos(100\pi t + \pi/6 + \pi/4) \text{ A}$$



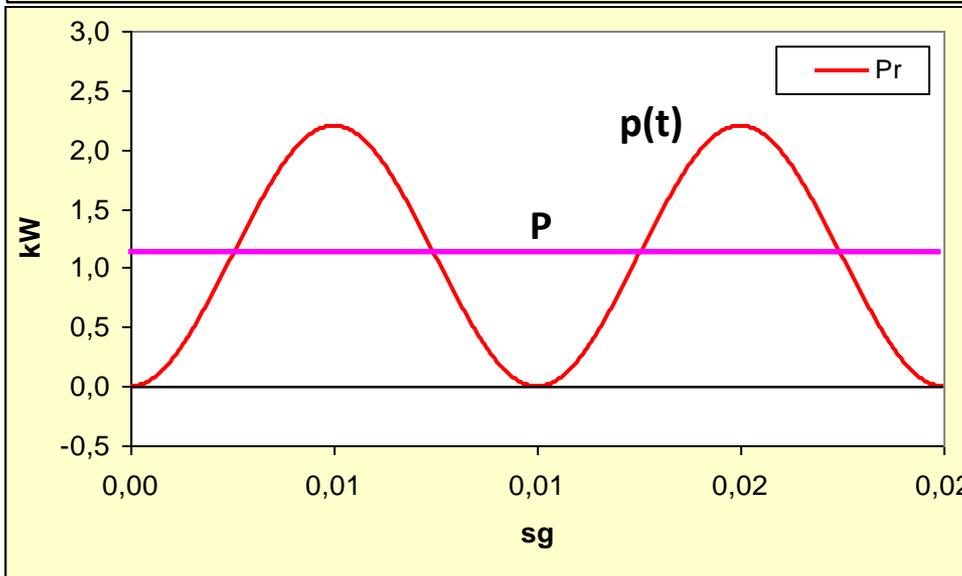
Potencia activa y potencia reactiva

Tensión e intensidad en una resistencia



Potencia instantánea:

$$p(t) = u(t)i(t)$$



Potencia media o activa

$$P = \frac{1}{T} \int_T u(t)i(t) dt = UI \cos \varphi \quad (W)$$

!!! TRABAJO ÚTIL !!!

Potencia activa y potencia reactiva

Potencia reactiva:

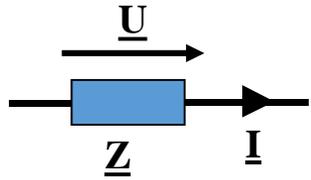
- Relacionada con la creación de campos magnéticos (p.ej. motores eléctricos y transformadores).
- Relacionada con la creación de campos eléctricos (p.ej. Condensadores).
- Relacionada con distorsiones en la forma de onda de la tensión y/o intensidad (equipos electrónicos).
- Circulación de potencia “NO” relacionada con la generación de trabajo útil.
- Las cargas que llevan asociada la creación de un campo magnético (cargas inductivas) se dice que “consumen” potencia reactiva (ej. motores, lámparas fluorescentes,...).
- Las cargas que llevan asociada la creación de un campo eléctrico (cargas capacitivas) se dice que “generan” reactiva (ej. condensadores).

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

VAr

Fasores: Potencias en elementos R,L y C

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

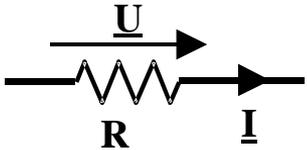


$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = I^2 \cdot \underline{Z} = U^2 \cdot \underline{Y}^*$$

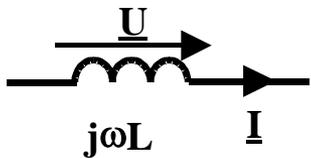
$$\underline{U} = U |0^\circ \quad \underline{I} = I |-\varphi$$



$$\underline{U} = R \cdot \underline{I}$$

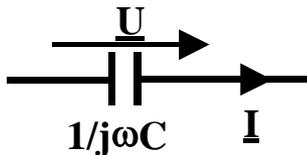
$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (1 + j \cdot 0) = I^2 \cdot R = U^2 \cdot G$$

$$\underline{U} = U |0^\circ \quad \underline{I} = I |0^\circ$$



$$\underline{U} = (L \cdot \omega) \cdot j \cdot \underline{I} \quad \underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (0 + j \cdot 1) = I^2 \cdot L \omega \cdot j = \frac{U^2}{L \omega} j$$

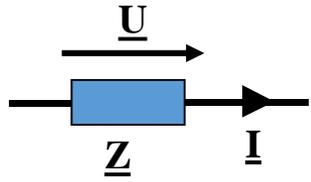
$$\underline{U} = U |0^\circ \quad \underline{I} = I |-\pi/2$$



$$\underline{I} = (C \cdot \omega) \cdot j \cdot \underline{U} \quad \underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (0 - j \cdot 1) = -\frac{I^2}{C \omega} j = -U^2 C \omega \cdot j$$

$$\underline{U} = U |0^\circ \quad \underline{I} = I |+\pi/2$$

Fasores: Potencias en los elementos R, L y C



$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = I^2 \cdot \underline{Z} = U^2 \cdot \underline{Y}^*$$

$$\underline{U} = U \angle 0^\circ \quad \underline{I} = I \angle -\varphi$$

Referencia de teoría de circuito: mismo sentido de la intensidad y de la tensión

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi)$$

La potencia activa consumida es positiva, $P > 0$, como sucede en las resistencias.

La potencia reactiva es positiva para las inductancias; es decir, las inductancias siempre consumen potencia reactiva $Q_L > 0$

La potencia reactiva es negativa para los condensadores; es decir, las capacidades siempre “generan” potencia reactiva $Q_C < 0$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

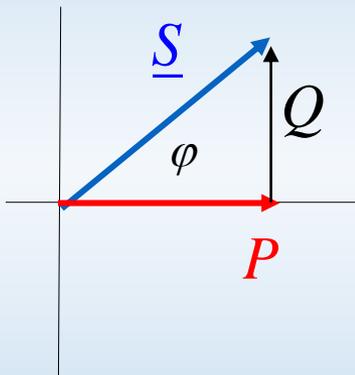
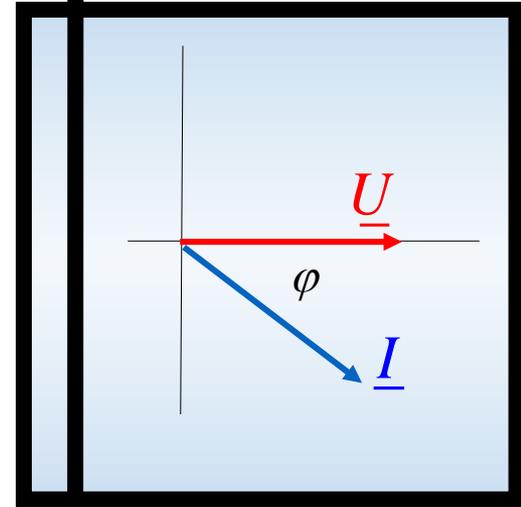
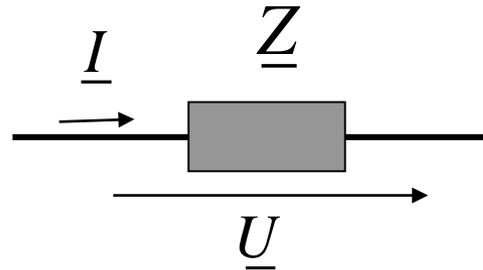
$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{U} = U \angle 0^\circ \quad \underline{I} = I \angle -\varphi$$

$$\underline{Z} = Z \angle \varphi = R_Z + j \cdot X_Z$$

$$\underline{Y} = Y \angle -\varphi = G_Y + j \cdot B_Y$$

IMPEDANCIA



$$\underline{S} = P + Q \cdot j = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = I^2 \cdot \underline{Z} = U^2 \cdot \underline{Y}^*$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = I^2 \cdot R_Z = U^2 \cdot G_Z$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot X_Z = -U^2 \cdot B_Y$$

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

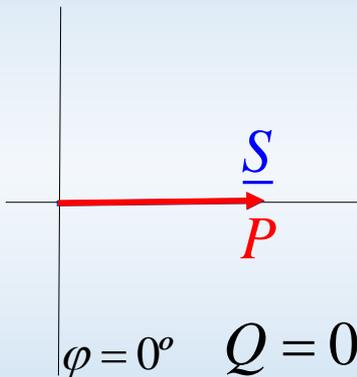
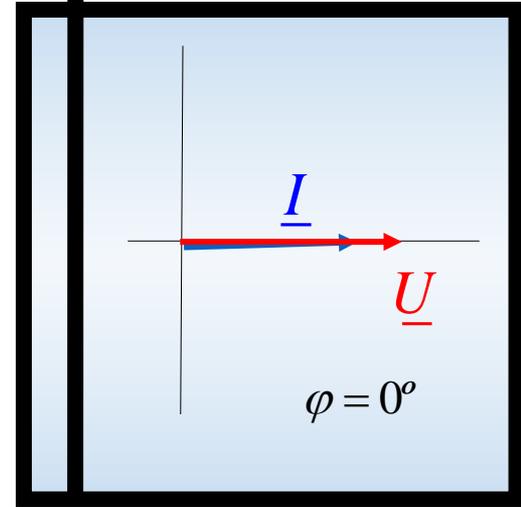
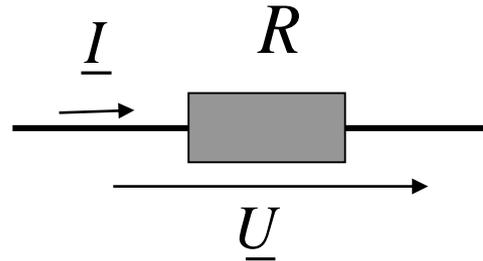
$$\underline{I} = G \cdot \underline{U}$$

$$\underline{U} = U|0^\circ \quad \underline{I} = I|0^\circ$$

$$\underline{Z} = Z|0^\circ = R$$

$$\underline{Y} = Y|0^\circ = G$$

Resistencia



$$\underline{S} = P + Q \cdot j = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos(0) + j \cdot \sin(0)) = I^2 \cdot R = U^2 \cdot G$$

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = U^2 \cdot G$$

$$Q = 0$$

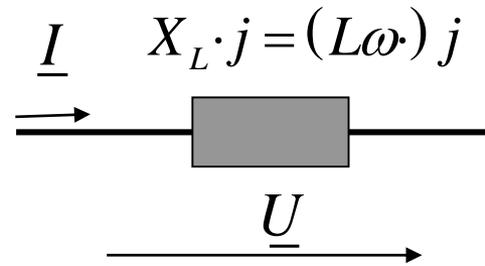
$$\underline{U} = X_L \cdot \underline{I} \cdot j$$

$$B_L = -\frac{1}{X_L}$$

$$\underline{I} = B_L \cdot \underline{U} \cdot j$$

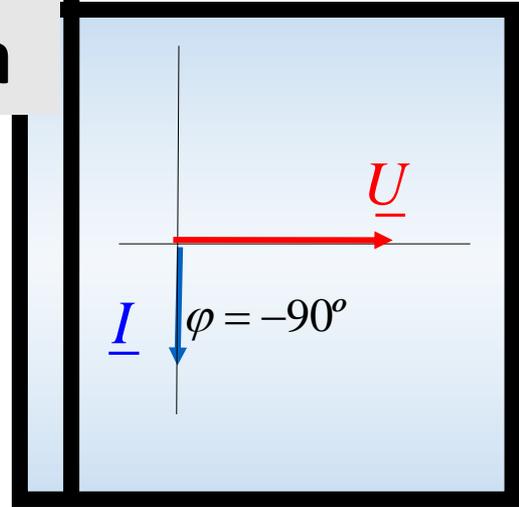
$$\underline{U} = U \angle 0^\circ \quad \underline{I} = I \angle -90^\circ$$

Bobina Reactancia inductiva



$$\underline{Z} = Z \angle 90^\circ = X_L \cdot j$$

$$\underline{Y} = Y \angle -90^\circ = B_L \cdot j$$

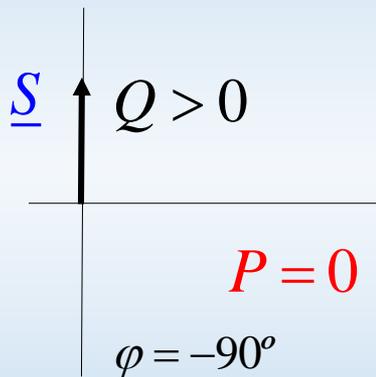


$$\underline{S} = P + Q \cdot j = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos(90^\circ) + j \cdot \sin(90^\circ)) = I^2 \cdot X_L \cdot j = -U^2 \cdot B_L \cdot j$$

$$P = 0$$

$$Q = I^2 \cdot X_L = -U^2 \cdot B_L > 0$$



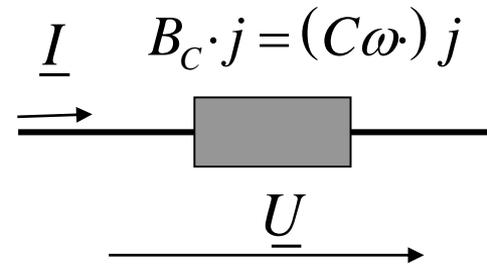
$$\underline{I} = B_C \cdot \underline{U} \cdot j$$

$$X_C = -\frac{1}{B_C}$$

$$\underline{U} = X_C \cdot \underline{I} \cdot j$$

$$\underline{U} = U \underline{|0^\circ} \quad \underline{I} = I \underline{|+90^\circ}$$

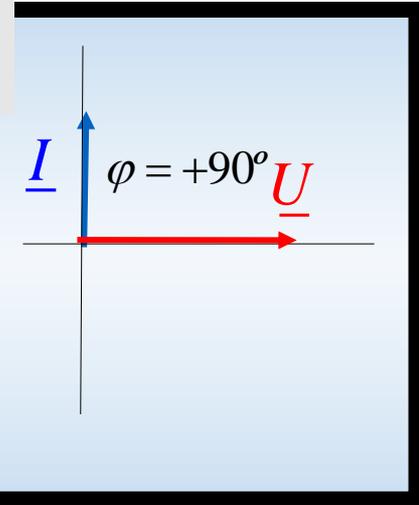
Condensador
Reactancia capacitiva



$$B_C \cdot j = (C\omega) \cdot j$$

$$\underline{Z} = Z \underline{|-90^\circ} = -X_C \cdot j$$

$$\underline{Y} = Y \underline{|+90^\circ} = B_C \cdot j$$

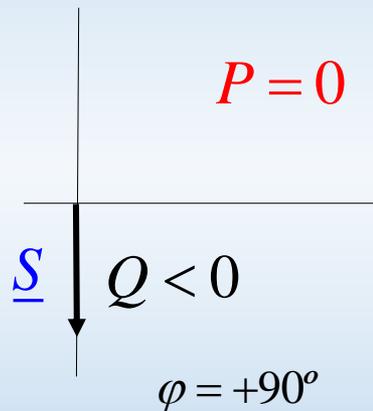


$$\underline{S} = P + Q \cdot j = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

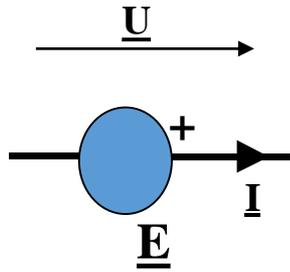
$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos(-90^\circ) + j \cdot \sin(-90^\circ)) = -I^2 \cdot X_C \cdot j = U^2 \cdot B_C \cdot j$$

$$P = 0$$

$$Q = I^2 \cdot X_C = -U^2 \cdot B_C < 0$$



Fasores: Potencias en las fuentes de tensión



$$\underline{E} = E|0^\circ \quad \underline{I} = I|-\theta$$

Referencia de teoría de circuito: mismo sentido de la intensidad y de la tensión

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = (-\underline{E}) \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = -E \cdot I \cdot (\cos \theta + j \cdot \text{sen} \theta)$$

Si la fuente suministra potencia activa, $P < 0$, es negativa y si suministra potencia reactiva, $Q < 0$. La potencia es positiva cuando consume la potencia

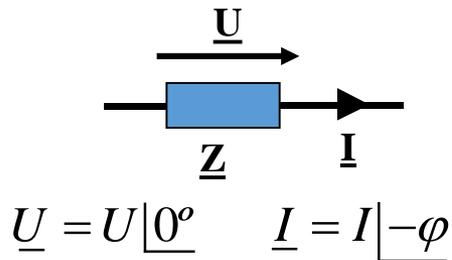
Referencia de instalaciones y sistemas: la intensidad sale por el punto + del la fuente de tensión

$$\underline{S}_g = P_g + Q_g \cdot j = \underline{E} \cdot \underline{I}^*$$

$$\underline{S}_g = P_g + Q_g \cdot j = E \cdot I \cdot (\cos \theta + j \cdot \text{sen} \theta)$$

Si la fuente suministra potencia activa, se denomina generada o producida, y es positiva $P > 0$ y lo mismo para la potencia reactiva, $Q > 0$ significa suministrada a la red. La potencia es negativa cuando se consume la potencia por la fuente.

Fasores: Fasores de las potencias: Elementos R, L y C

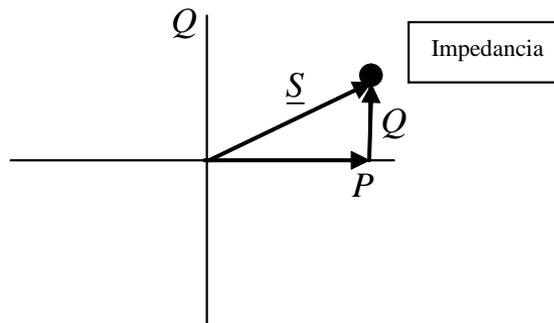
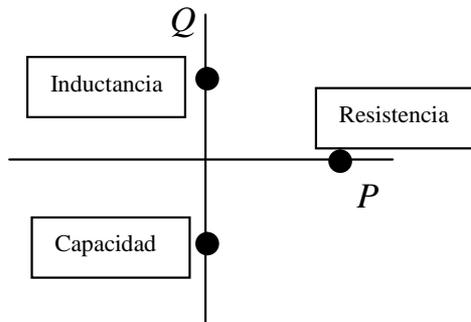


$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

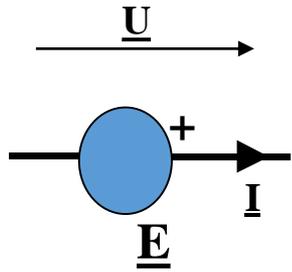
$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = I^2 \cdot \underline{Z} = U^2 \cdot \underline{Y}^*$$

Las potencias activas y reactivas en los elementos R, L y C



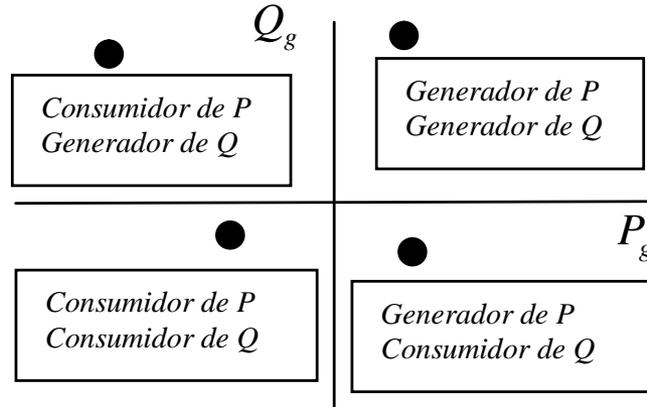
Fasores: Fasores de las potencias fuente de tensión



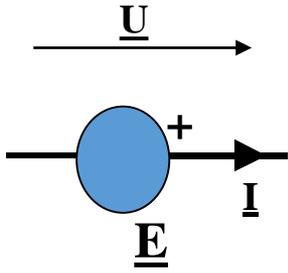
$$\underline{S}_g = P_g + Q_g \cdot j = E \cdot I \cdot (\cos \theta + j \cdot \text{sen} \theta)$$

$$\underline{E} = E|0^\circ \quad \underline{I} = I|-\theta$$

Las potencias activas y reactivas en la fuente de tensión según criterio de instalaciones y sistemas eléctricos



Fasores: Fasores de las potencias fuente de tensión

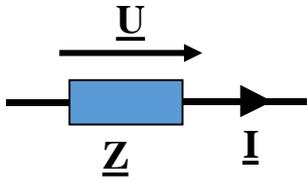


$$\underline{E} = E|0^\circ \quad \underline{I} = I|-\theta$$

Teorema de Boucherot:

La suma de las potencias activas generadas es igual a la suma de las potencias activas consumidas

La suma de las potencias reactivas generadas es igual a la suma de las potencias reactivas consumidas



$$\underline{U} = U|0^\circ \quad \underline{I} = I|-\varphi$$

$$\sum P_g = \sum P_{R,L,C}$$

$$\sum Q_g = \sum Q_{R,L,C}$$

Potencia activa y potencia reactiva: monofásico/trifásico equilibrado

Potencia activa en una carga

$$P = UI \cos \varphi \quad P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$$

$W \qquad \qquad \qquad W$

Factor de potencia:

$$0 \leq FP = \frac{P}{S} \leq 1$$

Cos φ :

Sistemas lineales : $FP = \cos \varphi$

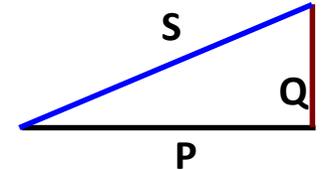
Sistemas no – lineales : $FP \neq \cos \varphi$

Potencia aparente:

$$S = UI \quad (VA) \quad S = \sqrt{3} UI \quad (VA)$$

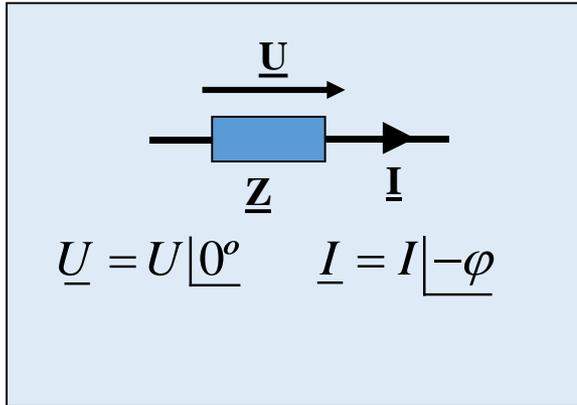
Potencia reactiva:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (VAR)$$



Potencia generada por un condensador: $Q_C = \omega \cdot C \cdot U^2$

Fasores: Fasores de las potencias: Triángulo de potencias en R, L y C

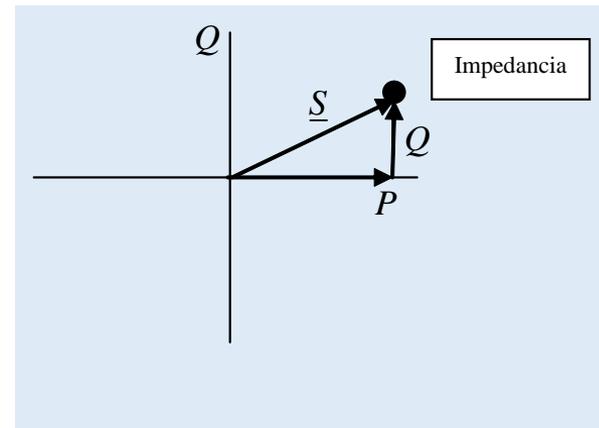
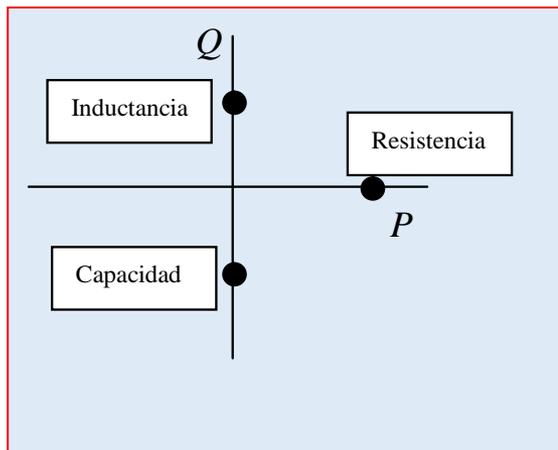


$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

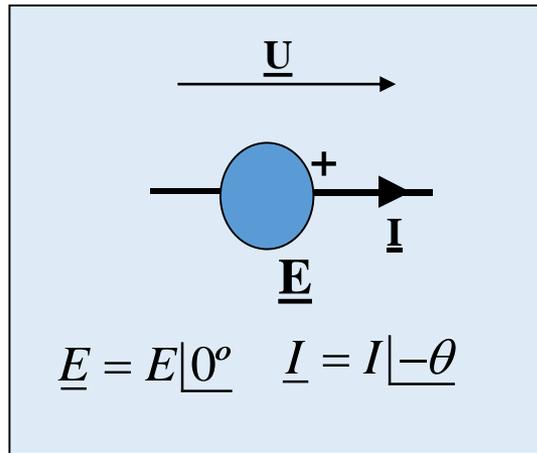
$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{S} = P + Q \cdot j = U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = I^2 \cdot \underline{Z} = U^2 \cdot \underline{Y}^*$$

Las potencias activas y reactivas en los elementos R, L y C



Fasores: Fasores de las potencias en una fuente de tensión

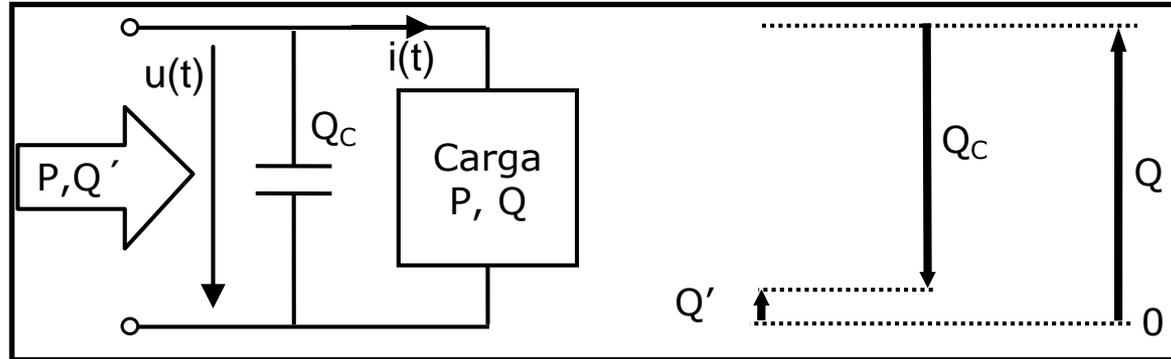


$$\underline{S}_g = P_g + Q_g \cdot j = E \cdot I \cdot (\cos \theta + j \cdot \sin \theta)$$

Las potencias activas y reactivas en la fuente de tensión según criterio de instalaciones y sistemas eléctricos

Q_g	
●	●
Consumidor de P Generador de Q	Generador de P Generador de Q
●	●
Consumidor de P Consumidor de Q	P_g Generador de P Consumidor de Q

Compensación de reactiva



APLICACIÓN

- Alcanzar un $\cos \varphi$ determinado (mejorar el FP).

VENTAJAS

- Aumento de la capacidad de transporte.
- Reducción de las pérdidas por efecto Joule (I^2R).
- Aumento de la tensión eficaz en la carga U
- Ahorro en facturación (complemento de reactiva). Penalizaciones en la factura eléctrica, con recargos de hasta el 47% y bonificaciones del 4%.